

## ΜΕΡΟΣ III: ΔΡΑΜΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15

---

Πολύχρωμος Αβρακός  
(Πηγή: @skitferphoto από την Pexels.com)

### ΕΡΓΑΛΕΙΟ 28: ΒΑΣΙΚΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΣΤΑ «ΥΠΟΖΥΓΙΑ» (Ο ΑΝΘΡΩΠΟΣ ΠΟΥ ΜΕΤΡΟΥΣΕ, ΚΕΦΑΛΑΙΟ III)

---

SPEL – Sociedade Promotora de  
Estabelecimentos de Ensino



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

## Οδηγός Εκπαιδευτικού

**Τίτλος:** Βασική Αριθμητική στα «Υποζύγια» (Ο Άνθρωπος που μετρούσε, Κεφάλαιο III)

**Ηλικιακή Ομάδα:** 13 – 15 χρονών

**Διάρκεια:** 2 ώρες

**Μαθηματικές Έννοιες:** Δεκαδικά ψηφία, κλάσμα, προτεραιότητα πράξεων, ποσοστά, λόγος και αναλογίες

**Καλλιτεχνικές Έννοιες:** Αριθμητική

**Γενικοί Σκοποί:** Να χρησιμοποιήσετε την επαγωγική λογική στην επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων και να αναπτύξετε εμπιστοσύνη στη χρήση μαθηματικών για να αναλύσετε και να λύσετε προβλήματα στο σχολείο και σε άλλα πραγματικά δεδομένα

**Οδηγίες και Μεθοδολογία:** Κατά τη δραματοποίηση, οι μαθητές πρέπει να πάνε κοντά στον πίνακα για να καταγράψουν τα τμήματα ή να σχεδιάσουν καμήλες, ώστε οι μαθητές να έχουν καλύτερη κατανόηση των τμημάτων που γίνονται.

**Πηγές:** Στυλό, πίνακας

**Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό:** Πριν από τη δραματοποίηση, προσπαθήστε να κάνετε μια πρόβα και να αποφασίσετε τις θέσεις που κάθε άτομο πρόκειται να πάρει.

### Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:

Στο τέλος αυτού του μαθήματος ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

- ο Προσθέτει, αφαιρεί, πολλαπλασιάζει και διαιρεί τα κλάσματα. - μετατρέπει τα κλάσματα σε δεκαδικά ψηφία και τα δεκαδικά ψηφία σε κλάσματα. - πολλαπλασιάζει και διαιρεί τα δεκαδικά ψηφία με πολλαπλάσια του 10, να αλλάζει ένα κλάσμα σε ποσοστό. - να βρίσκει ένα ποσοστό ενός αριθμού, αύξηση / μείωση ενός αριθμού κατά ποσοστό; - χρήση λόγου και αναλογίας · - να κατανοεί τη σειρά των αριθμητικών πράξεων, και - χρήση βασικών λειτουργιών αριθμομηχανής.

**ΑΣΚΗΣΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ:**

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

## Εισαγωγή

Τα πρώτα στοιχεία χρησιμοποίησης αριθμητικής βρέθηκαν στα ιστορικά μνημεία της Βαβυλώνας και της Αρχαίας Αιγύπτου που χρονολογούνται γύρω στα 2.500 χρόνια π.Χ. Ωστόσο, αργότερα στην Ελλάδα, γύρω στο 6ο αιώνα π.Χ., οι αρχαίοι μαθηματικοί, ιδιαίτερα οι Πυθαγόρειοι, προώθησαν την αριθμητική σε μια προσπάθεια να ταιριάξουν όλες τις κανονικότητες του κόσμου με τους αριθμούς. Περί τον 17ο αιώνα, η Αστρονομία και η Μηχανική έφεραν νέες προκλήσεις όσον αφορά τον υπολογισμό, οι οποίες ως αποτέλεσμα έδωσαν ώθηση στην περαιτέρω ανάπτυξη της αριθμητικής.

Ο κοινός στόχος της αριθμητικής είναι να αναπτύξει την ικανότητα να μπορεί να κάνει βασικούς νοητικούς υπολογισμούς, χωρίς να χρειάζεται να στηριχτεί σε πράξεις με χαρτί και μολύβι ή αριθμομηχανές ή οποιαδήποτε άλλη βοηθητική συσκευή. Στην πραγματικότητα, οι άνθρωποι αντιμετωπίζουν καθημερινές περιστάσεις στις οποίες πρέπει να βασίζονται στον υπολογισμό π.χ., να πληρώνουν για έναν καφέ και να υπολογίζουν αν τα ρέστα είναι σωστά ή να υπολογίσουν πόσος χρόνος απομένει μέχρι την αρχή του μαθήματος κ.ο.κ.

## Βασική Αριθμητική στα «Υποζύγια»

Όταν αρχίσετε τη μελέτη, θα συναντήσετε θέματα που αφορούν υπολογισμό αριθμών. Αυτό που έχουν κοινό είναι ότι επιλύονται με πρόσθεση, αφαίρεση, διαίρεση και πολλαπλασιασμό.

Στο βιβλίο «Ο άνθρωπος που μετρούσε», του Μάλμπα Ταχάν (Malba Tahan), ψευδώνυμο του Βραζιλιάνου συγγραφέα Júlio César de Mello e Souza, αναδημιουργούνται μια σειρά από μαθηματικά προβλήματα και παζλ που εμπλέκουν αριθμητική.

Το βιβλίο, που είναι γραμμένο σε στυλ Αραβικές Νύχτες, αναφέρει την ιστορία του Χανάκ Ταδε Μαία (Hanak Tade Maia), ενός ανθρώπου που ταξιδεύει από τη Σαμάρρα στη Βαγδάτη. Στο δρόμο συναντά τον Μπέρεμιζ Σαμίρ (Beremiz Samir), έναν Πέρση με αξιόλογες μαθηματικές δεξιότητες, και τον καλεί να τον συνοδεύσει στο ταξίδι του. Για τον Χάνακ (Hanak), ήταν βέβαιο ότι για έναν άνθρωπο με τέτοιες μαθηματικές ικανότητες θα υπάρχει μια πολύ κερδοφόρα δουλειά στη Βαγδάτη.

Στο Κεφάλαιο III, Υποζύγια, σε ένα από τα πιο γνωστά του προβλήματα, γίνεται μάρτυρας σε μια έντονη διαμάχη μεταξύ τριών αδελφών που δυσκολεύονται να χωρίσουν τις 35 καμήλες που τους άφησε ο πατέρας τους. Ο πατέρας των τριών αδελφών τους άφησε 35 καμήλες αναφέροντας ότι το  $\frac{1}{2}$  (17,5) των καμήλων πρέπει να ανήκει στο μεγαλύτερο αδερφό, το  $\frac{1}{3}$  (11,6) στον μεσαίο και το  $\frac{1}{9}$  (3,8) στο νεαρότερο.

Ο Μπέρεμιζ προσφέρει τη βοήθειά του για την επίλυση του διλήμματος, προσθέτοντας την καμήλα του Χάνακ στην καταμέτρηση. Αρχικά, ο Χάνακ αντιστέκεται επειδή το ταξίδι τους στη Βαγδάτη χωρίς καμήλα είναι σχεδόν αδύνατο. Εντούτοις δίνει και τελικά απελευθερώνει την καμήλα. Οι τρεις αδελφοί είναι πολύ ικανοποιημένοι με αυτή τη λύση, δεδομένου ότι μια άλλη καμήλα προστίθεται.

Τώρα, με 36 καμήλες, ο Μπέρεμιζ μπορεί να διαιρέσει ακριβώς τις καμήλες σεβόμενος τις οδηγίες που άφησε ο πατέρας των αδελφών. Έτσι, το  $\frac{1}{2}$  του 36 είναι 18 και είναι ο

αριθμός των καμηλών που θα λάβει ο μεγαλύτερος αδερφός, το  $\frac{1}{3}$  του 36 ανταποκρίνεται σε 12 καμήλες που θα λάβει ο μεσαίος αδελφός, και τελικώς το,  $\frac{1}{9}$  του 36 είναι 4, ο αριθμός των καμηλών που κληρονόμησε ο μικρότερος αδερφός.

Ωστόσο,  $18+12+4 = 34$ , που σημαίνει ότι μένουν δύο καμήλες. Οι αδελφοί ήταν πολύ ευχαριστημένοι από τη λύση στο πρόβλημα που βρήκε ο Μπέρεμιζ, ώστε δέχονται την πρότασή του να δώσει πίσω στο φίλο του Χανάκ 1 καμήλα και να κρατήσει και 1 για τον εαυτό του.

## Γλωσσάρι

**Οι Αραβικές Νύχτες** - αρχικά «Χίλιες και μία Νύχτες», αναφέρεται σε μια συλλογή λαϊκών παραμυθιών από τη Μέση Ανατολή και τη Νότια Ασία που γράφτηκε αρχικά στην αραβική γλώσσα κατά τη διάρκεια της Ισλαμικής Χρυσής Εποχής (8ος αιώνας έως 14ος αιώνας).

**Αριθμητική** - η επιστήμη των αριθμών και ένας κλάδος των Μαθηματικών που περιλαμβάνει οποιαδήποτε πράξη που εμπίπτει στη σφαίρα των αριθμών.

**Βαγδάτη:** Αρχαίο κέντρο του ισλαμικού κόσμου και η σημερινή πρωτεύουσα του Ιράκ.

**Σαμάρρα:** πόλη στο Ιράκ, που βρίσκεται στη δυτική πλευρά του Τίγρη, στην επαρχία Σαλαδίνο, 125 χλμ. Βόρεια της Βαγδάτης.

## Τα Μαθηματικά πίσω από τα «Υποζύγια»


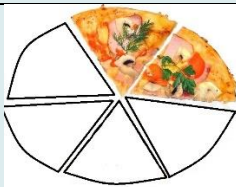
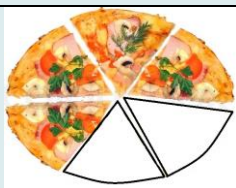
Επικαλούμενος τις γνώσεις της αριθμητικής, όπως τα κλάσματα, τους δεκαδικούς αριθμούς, τον λόγο και τις αναλογίες, τα ποσοστά και την προτεραιότητα πράξεων, ο Μπέρεμιζ είναι σε θέση να λύσει πολλά διλήμματα που παρουσιάστηκαν καθ' όλη τη διάρκεια του ταξιδιού του.

Παρακάτω θα γίνει μια εισαγωγή των προαναφερόμενων εννοιών.

### 1. Κλάσματα

Ένα κλάσμα ισούται με ένα **μέρος** ενός **συνόλου**, στο οποίο το **μέρος** αναπαρίσταται ως ο **αριθμητής**, το πάνω σύμβολο ή αριθμός και το **όλο** ως ο **παρονομαστής**, το κάτω σύμβολο ή ο αριθμός. Αναπαρίστανται με τον ακόλουθο τρόπο:

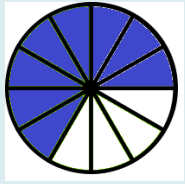
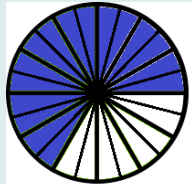
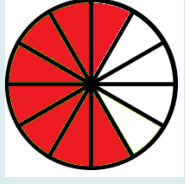
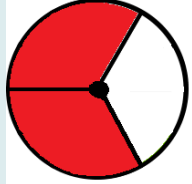
Αριθμητής
-----
Παρονομαστής

Αν κόψεις την πίτσα σε 6 κομμάτια, θα υπάρχουν 6 κομμάτια στο σύνολο.	$\frac{6}{6}$	
Αισθάνεστε πεινασμένοι, έτσι παίρνετε 2 κομμάτια. Θα έχετε πάρει 2 κομμάτια από τα 6.	$\frac{2}{6}$	
Αφού πήρατε 2 κομμάτια, θα υπάρχουν 4 κομμάτια από τα 6 που υπήρχαν αρχικά.	$\frac{4}{6}$	

8

Μια ιδιαιτερότητα που έχουν τα κλάσματα είναι ότι μπορούν να πολλαπλασιαστούν (πολλαπλασιάζονται) ή να διαιρεθούν (απλοποίηση), διατηρώντας παράλληλα την αξία τους. Αυτά ονομάζονται **ισοδύναμα κλάσματα**.

Σκεφτείτε το ακόλουθο κλάσμα:  $\frac{8}{12}$

<p><b>Πολλαπλασιασμός:</b> πολλαπλασιάστε τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή με τον <b>ίδιο αριθμό</b></p>	$\frac{8}{12} = \frac{24}{32}$ <p style="text-align: center;">x3</p>		<p style="text-align: center;">=</p> 
<p><b>Απλοποίηση: διαιρέστε</b> τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον <b>ίδιο αριθμό</b></p>	$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ <p style="text-align: center;">:4</p>		<p style="text-align: center;">=</p> 

Τα κλάσματα μπορούν επίσης να διαιρεθούν και να πολλαπλασιαστούν, καθώς και να προστεθούν ή να αφαιρεθούν:

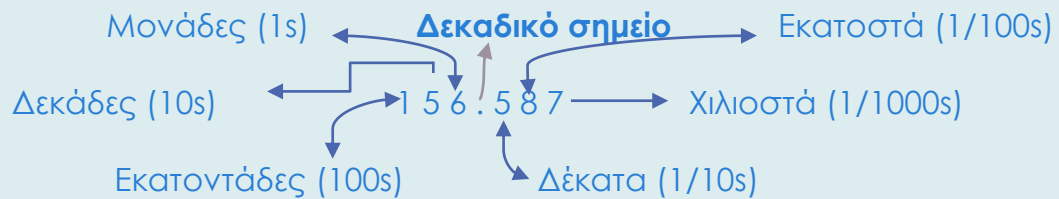
<p><b>Πολλαπλασιασμός:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Πολλαπλασιάστε τους αριθμητές.</li> <li>2) Πολλαπλασιάστε τους παρονομαστές.</li> <li>3) Απλοποιήστε (αν είναι δυνατόν).</li> </ol>	$\frac{8}{12} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$ <p style="text-align: center;">:4</p>
<p><b>Διαίρεση:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Πάρτε το αντίστροφο, αναστρέφοντας ένα από τα κλάσματα</li> <li>2) Ακολουθήστε τα στάδια του πολλαπλασιασμού από το 1 μέχρι το 3</li> </ol>	$\frac{8}{12} : \frac{5}{3} = \frac{8}{12} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$ <p style="text-align: center;">:12</p>
<p><b>Πρόσθεση και Αφαίρεση:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Βρείτε έναν κοινό παρονομαστή.</li> </ol>	$\frac{8}{12} + \frac{2}{5} = \frac{8 \times 5}{12 \times 5} + \frac{2 \times 12}{5 \times 12}$

<p>2) Πολλαπλασιάστε τα κλάσματα</p> <p>3) Προσθέστε ή αφαιρέστε τον αριθμητή.</p> <p>4) Απλοποιήστε (εάν είναι δυνατόν).</p>	$\frac{40}{60} + \frac{24}{60} = \frac{64}{60} = \frac{16}{15}$
---	---

## 2. Δεκαδικοί

Η λέξη «δεκαδικός» προέρχεται από την ελληνική λέξη «δέκατο», που σημαίνει «το δέκατο μέρος». Όταν γράφουμε δεκαδικούς αριθμούς, η θέση κάθε αριθμού είναι πολύ σημαντική.

Ας αναλύσουμε τον ακόλουθο δεκαδικό αριθμό:



Το **δεκαδικό σημείο** ενός αριθμού είναι το σημαντικότερο μέρος του. Καθώς προχωρούμε στα δεξιά της υποδιαστολής, κάθε θέση γίνεται 10 φορές μικρότερη. καθώς κινούμαστε προς τα αριστερά, κάθε θέση γίνεται 10 φορές μεγαλύτερη.

Μετατρέποντας δεκαδικά σε κλάσματα		Μετατρέποντας κλάσματα σε δεκαδικούς	
$0,4 = \frac{4}{10}$	$0,56 = \frac{56}{100}$	$\frac{2}{7} = 2 : 7 = 0,28$	$\frac{12}{6} = 12 : 6 = 2,0$
$8,75 = \frac{875}{100}$	$2,758 = \frac{2758}{1000}$	$\frac{52}{100} = 52 : 100 = 0,52$	$\frac{156}{1000} = 156 : 1000 = 0,156$

Πολλαπλασιάζοντας ένα δεκαδικό με ένα πολλαπλάσιο του 10		Διαιρώντας έναν δεκαδικό με ένα πολλαπλάσιο του 10	
$15,7 \times 10 = 157$	$32,458 \times 100 = 3245,8$	$15,7 : 10 = 1,57$	$32,458 : 100 = 0,32458$

### 3. Λόγος και Αναλογία

Όταν κάποιος μιλάει για την ταχύτητα ενός αυτοκινήτου, συχνά χρησιμοποιεί την έκφραση «χιλιόμετρα ανά ώρα». Αυτή η έκφραση είναι ένας τύπος αναλογίας, ο οποίος βασικά συγκρίνει τα χιλιόμετρα με τις ώρες. Για παράδειγμα, αν μια καμήλα διανύει 30 χιλιόμετρα την ώρα, αυτό σημαίνει ότι εάν η καμήλα διατηρήσει την ίδια ακριβώς ταχύτητα, για κάθε ώρα, θα διανύσει 30 χιλιόμετρα.

Οι αναλογίες διαβάζονται ως «ο λόγος του x προς το y» και συνήθως γράφονται με τον ακόλουθο τρόπο:

$$160:1$$

**11**

Από την άλλη πλευρά, οι αναλογίες είναι εξισώσεις που δηλώνουν ισοδυναμία μεταξύ δύο λόγων. Μπορούν, επίσης, να εμφανιστούν με άλλους τρόπους (χρησιμοποιώντας άνω και κάτω τελεία μεταξύ των δύο αριθμών) ή ως κλάσματα. Η ακόλουθη αναλογία διαβάζεται ως το «δέκα προς είκοσι πέντε είναι ίσο με το δύο προς πέντε»:

$$\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

Για να διαπιστώσουμε αν οι δύο λόγοι είναι ίσοι, δηλαδή αν είναι μια πραγματική αναλογία, πολλαπλασιάζουμε τους εξωτερικούς όρους (ακραιοί τιμές) και τους μεσαίους όρους (μέσες τιμές) και ελέγχουμε αν το γινόμενο είναι το ίδιο. Στο εικονιζόμενο παράδειγμα, τα άκρα είναι 10 και 5 και τα μέσα είναι τα 25 και τα 2. Έτσι,  $10 \times 5 = 50$  και  $25 \times 2 = 50$ , αποδεικνύεται έτι ότι είναι μια πραγματική αναλογία.

## 4. Ποσοστά

Τα ποσοστά αναπαρίστανται με το σύμβολο % «και χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν ένα αναλογικό μέρος ενός συνόλου. Με άλλα λόγια, ένας αριθμός επί τοις εκατό είναι ένας αριθμός που αντιπροσωπεύει ένα κλάσμα προς 100, δηλ. ένας αριθμό με το 100 ως παρονομαστή. Ως εκ τούτου, μπορεί να γραφτεί ως κλάσμα, αναλογία ή δεκαδικός.

Για παράδειγμα 32% (που διαβάζεται ως τριάντα δύο τοις εκατό), σημαίνει 32 προς 100, και μπορεί να γραφτεί επίσης, και να έχει την ίδια αξία με  $0,32$  ή  $\frac{32}{100}$  ή 32:100.

Η ευκολότερη μέθοδος για την μετατροπή ενός κλάσματος σε ποσοστό είναι απλά η διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή και στη συνέχεια ο πολλαπλασιασμός του πηλίκου με το 100.

$\frac{50}{100} = 0,5; 0,5 \times 100 = 50\%$	$\frac{5}{9} = 5; 5 \times 100 = 55\%$
$\frac{85}{231} = 0,36; 0,36 \times 100 = 36\%$	$\frac{59}{79} = 0,74; 0,74 \times 100 = 74\%$

## 5. Προτεραιότητα πράξεων

Εδώ και αιώνες, οι μαθηματικοί αποφάσισαν ποια θα πρέπει να είναι η σωστή σειρά για την επίλυση μιας πράξης. Αυτή η απόφαση, που υιοθετήθηκε από πολλούς, διευκόλυνε την επικοινωνία των μαθηματικών. Εν τέλει, κατέληξε σε έναν γενικό κανόνα που πρέπει να ακολουθείτε.

Όταν κάνετε έναν υπολογισμό, πρέπει πάντα να ξεκινάτε από **αριστερά προς τα δεξιά**, δίνοντας πάντα προτεραιότητα στα ακόλουθα:

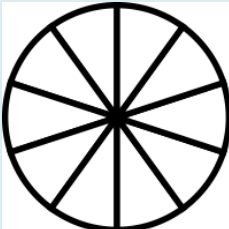
<b>1) Παρενθέσεις</b>	$18 \times (5 + 3) = 18 \times 7 = 126$	Σωστό
	$18 \times 5 + 3 = 90 + 3 = 93$	Λάθος
<b>2) Εκθέτες (Δυνάμεις, Ρίζες)</b>	$3 \times 10^2 = 3 \times 100 = 300$	Σωστό
	$3 \times 10^2 = 30^2 = 900$	Λάθος
<b>3) Πολλαπλασιασμός και Διάρθρωση</b>	$3 + 6 \times 2 = 3 + 12 = 15$	Σωστό
	$3 + 6 \times 2 = 8 \times 2 = 16$	Λάθος
	$40 - 10 : 5 = 40 - 2 = 38$	Σωστό
	$40 - 10 : 5 = 30 : 5 = 6$	Λάθος
<b>4) Από τα αριστερά στα δεξιά</b>	$10 : 5 \times 3 + 2 = 2 \times 3 + 2 = 6 + 2 = 8$	Σωστό
	$10 : 5 \times 3 + 2 = 10 : 15 + 2 = 0,66 + 2 = 2,66$	Λάθος

Αυτό σημαίνει ότι αν δεν ακολουθήσετε τη σωστή σειρά θα λάβετε λάθος αποτέλεσμα.

## ΕΡΓΑΣΙΕΣ

### ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Χωρίς να στηρίζεστε σε καμιά πηγή, επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

	α.	β.	γ.
1) Ο Γιάννης αγόρασε ένα κουτί με 8 αυγά. Έβρασε 3 από αυτά. Ποιο κλάσμα αντιστοιχεί στον αριθμό <b>των αυγών που παραμένουν στο κουτί</b> ;	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{3}$
2) Η Μαίρη παίζει με μια τράπουλα των 40 φύλλων. Μοιράζει τις κάρτες ίσα μεταξύ εκείνης και των 7 φίλων της. Ποιο κλάσμα αντιστοιχεί στον αριθμό των καρτών που έχει κάθε φίλος;	$\frac{5}{40}$	$\frac{6}{40}$	$\frac{10}{40}$
3) Ο Τόνυ έφτιαξε ένα κέικ για τα γενέθλιά του. Κάλεσε 5 φίλους του στο σπίτι του για να γιορτάσουν μαζί του. Αφού φύσηξε τα κεριά, έκοψε το κέικ σε ίσες μερίδες. Όλοι έφαγαν από δύο κομμάτια, πριν τελειώσει το κέικ. Ποιο κλάσμα αντιστοιχεί <b>στο μέρος από ολόκληρη την τούρτα</b> που έφαγε κάθε άτομο;	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{10}{12}$
4) Χρωματίστε σύμφωνα με κάθε κλάσμα:			
4.1) $\frac{1}{5}$			

4.2) $\frac{1}{7}$		<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td><td style="width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>																																	
5) Μετατρέψτε τα κλάσματα σε δεκαδικούς και το αντίστροφο:																																			
5.1) $\frac{50}{100}$	5	0,5	0,05																																
5.2) $\frac{3}{1000}$	0,3	0,03	0,003																																
5.3) $\frac{60}{90}$	0,33	0,66	1,00																																
5.4) 0,45	$\frac{45}{10}$	$\frac{45}{100}$	$\frac{45}{1000}$																																
5.5) 0,78	$\frac{78}{1}$	$\frac{78}{10}$	$\frac{780}{1000}$																																
5.6) 0,055	$\frac{1,55}{100}$	$\frac{55}{100}$	$\frac{55}{1000}$																																
6) Βρείτε το σωστό λόγο και αναλογίες:																																			
6.1) Ένα πηγάδι νερού βγάζει 5 λίτρα νερού ανά ώρα.	2:10	10:2	5:2																																
6.2) Ένας άνδρας τρέχει 6 χλμ. / ώρα.	1:6	6:6	30:5																																
6.3) Το είκοσι οχτώ είναι στο 50 όσο:	$\frac{2,8}{5}$	$\frac{28}{25}$	$\frac{280}{100}$																																
6.4) Το διακόσια είναι στο χίλια όσο:	$\frac{50}{250}$	$\frac{40}{100}$	$\frac{2000}{5000}$																																

7) Ένας κουβάς χρειάζεται 16 μήλα για να γεμίσει. Ο κουβάς του Γιάννη έχει μέσα 6 μήλα. Ποιο ποσοστό αντιστοιχεί στο χώρο που παραμένει στον κουβά;	62,5%	40%	50%
8) Η Μαρία χρειάζεται 10 γουλιές για να πιει όλο το νερό στο μπουκάλι της. Έχει πιει ήδη 2 γουλιές. Ποιο ποσοστό νερού ήπιε;	10%	20%	80%
9) $10 \times (3 + 5) =$	35	80	18
10) $30 + 8 (2 \times 2) =$	76	152	62
11) $(16+3) - 5^2 + (2 \times 2) =$	33	-2	18



## ΕΡΓΑΣΙΑ 2

Υπόδυση ρόλων της προσαρμοσμένης σκηνής από το βιβλίο «Ο άνθρωπος που μετρούσε» από το κεφάλαιο III, «Υποζύγια», χρησιμοποιώντας το σενάριο που ακολουθεί:

## ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Ιστορία της αριθμητικής

[https://en.wikipedia.org/wiki/History\\_of\\_arithmetic](https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_arithmetic)

Τι είναι αριθμητική;

<https://www.cut-the-knot.org/WhatIs/WhatIsArithmetic.shtml>

Διαδικτυακές αριθμητικές ασκήσεις από την ακαδημία Khan

<https://www.khanacademy.org/math/arithmetic>

Μαθαίνοντας βασική αριθμητική

<https://www.youtube.com/watch?v=TMubSggUOVE>

Ο άνθρωπος που μετρούσε – Μια συλλογή από μαθηματικές περιπέτειες

<https://sparthasarathy.com/ebooks/themanwhocounted.pdf>

Μαθηματικά ως Ιστορία στο Θέατρο: Malba Tahan - ο άνθρωπος που μετρούσε

<https://www.youtube.com/watch?v=36hVbkQU3Sw>

## «ΥΠΟΖΥΓΙΑ» ΘΕΑΤΡΙΚΟ

(προσαρμοσμένο από το βιβλίο «Ο άνθρωπος που μετρούσε»)

**Καστ ηθοποιών:**

**Χάνακ (μαθητής 1)** – ένας μοναχικός άνθρωπος, ταξιδευτής και σοφός άνθρωπος

**Μπέρεμιζ Σαμίρ (μαθητής 2)** – Ο πρωταγωνιστής, φίλος του Χάνακ, ένας νεαρός άνδρας με εκπληκτικά μαθηματικά προσόντα

**Ο νεαρότερος αδερφός (μαθητής 3)**

**Ο μεσαιός αδερφός (μαθητής 4)**

**Ο μεγαλύτερος αδερφός (μαθητής 5)**

[Οι μαθητές στην τάξη (εκτός από τους 1 και 2) συγκεντρώνονται γύρω από τους τρεις αδελφούς που έχουν μια έντονη διαμάχη. Οι Χάνακ και Μπέρεμιζ βρίσκονται στην απέναντι πλευρά του δωματίου, σιγά-σιγά περπατώντας προς το πλήθος]

18

**ΝΕΑΡΟΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Δεν μπορεί! Αυτό είναι απολύτως άδικο!

**ΜΕΣΑΙΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Τι εννοείς ;! Αυτό είναι ληστεία!

**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Αυτή είναι η δικαιότερη διαίρεση που θα μπορούσε να υπάρξει! Πάρτε το απόφαση!

**ΝΕΑΡΟΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Με ληστεύεις επειδή είμαι ο νεαρότερος; Είμαι ο πιο μικρός αλλά σίγουρα δεν είμαι ο χαζός! Θέλω μια δίκαιη μοιρασιά! Δεν συμφωνώ με αυτό!

**ΜΕΣΑΙΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ** [Κοιτάζοντας τον ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ΑΔΕΡΦΟ ενώ δείχνει τον ΝΕΑΡΟΤΕΡΟ]: Έχει δίκιο! Αυτό είναι εξωφρενικό!

[Ενώ μερικοί μαθητές προσπαθούν να διευκολύνουν την κατάσταση κάνοντας έκκληση προς τα αδέρφια να ηρεμήσουν, άλλοι προσπαθούν, ανεπιτυχώς, να λύσουν το πρόβλημα. Ο καθένας μιλάει και φωνάζει ταυτόχρονα και σχεδόν τίποτα από αυτό που λέγεται δε μπορεί να γίνει κατανοητό. Μέσα στο χάος, τις κραυγές και τις προσβολές, οι Χάνακ και Μπέρεμιζ φτάνουν στη σκηνή]

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Ποιος είναι ο λόγος πίσω από όλο αυτό το θόρυβο και τις κραυγές;

**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Είμαστε τρεις αδελφοί που έχουμε κληρονομήσει 35 καμήλες από τον αγαπημένο μας πατέρα που έχει πεθάνει.

**ΝΕΑΡΟΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Κοιτάζοντας τον ουρανό και σηκώνοντας και τα δύο χέρια]:**  
Ο Θεός ας αναπαύσει την ψυχή του.

**ΜΕΣΑΙΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Κοιτάζοντας τον ουρανό και σηκώνοντας και τα δύο χέρια]:**  
Ειρήνη σε αυτόν!

**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Κοιτάζοντας τον ουρανό και σηκώνοντας και τα δύο χέρια]:**  
Αιώνια του η μνήμη!

**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Ως μεγαλύτερος των τριών, είναι η επιθυμία του πατέρα μου για μένα να κληρονομήσω τις μισές από τις καμήλες.

**ΜΕΣΑΙΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Ως μεσαίος των τριών, είναι η επιθυμία του πατέρα μου να κληρονομήσω το ένα τρίτο των καμήλων.

**ΝΕΑΡΟΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Ως ο νεαρότερος των τριών, είναι η επιθυμία του πατέρα μου για μένα να κληρονομήσω το ένα ένατο από τις καμήλες.

**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Αλλά δε ξέρουμε πώς να κάνουμε μια δίκαιη μοιρασιά και με ό,τι λέω, οι άλλοι δύο διαφωνούν! Έχουμε δοκιμάσει πολλές λύσεις, αλλά μέχρι στιγμής

καμία δεν έχει γίνει δεκτή και από τους τρεις μας! Το ήμισυ του 35 είναι 17,5, το οποίο δεν είναι ακριβής αριθμός!

**ΜΕΣΑΙΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Το ένα τρίτο των 35 είναι 11,6, το οποίο δεν είναι ακριβές!

**ΝΕΑΡΟΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Μιλώντας απελπισμένα και πεσιμιστικά]:** Ένα ένατο του 35 είναι 3,8, που δεν είναι και ο ακριβής αριθμός!

**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Μιλώντας απεγνωσμένα και απελπισμένα]:** Πώς μπορούμε να κάνουμε μια δίκαιη διαίρεση;

**ΜΠΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Ηρεμήστε! Υπάρχει ένας απλός τρόπος για να κάνετε μια δίκαιη διαίρεση που πιστεύω ότι θα σας αφήσει ικανοποιημένους!

**ΝΕΑΡΟΤΕΡΟΣ, ΜΕΣΑΙΟΣ ΚΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Φωνάζουν όλοι ταυτόχρονα]:**  
ΤΙ; ΑΠΛΟ ΤΡΟΠΟ;

20

**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Βλέπω ότι δεν καταλαβαίνετε την τρέχουσα κατάσταση. Και για να είμαι ειλικρινής, δεν είμαι διατεθειμένος να το εξηγήσω ξανά.

**ΜΠΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Δεν χρειάζεται να το επαναλάβετε! Έχω καταλάβει πολύ καλά! Εάν μου επιτρέπετε να προσθέσω την καμήλα του φίλου μου στην καταμέτρηση, έτσι θα κάνω μια δίκαιη διαίρεση!

**[Οι τρεις ΑΔΕΡΦΟΙ συγκεντρώνονται γύρω, πηδώντας με χαρά. Ο Χάνακ απευθύνεται στον Μπρέμιζ]**

**ΧΑΝΑΚ [Κοιτάζοντας αποσβολωμένος]:** Τι; Είσαι τρελός; Θέλεις να δώσεις την καμήλα μου σε αυτούς τους ξένους μόνο για να τους ευχαριστήσω;

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ [Προσπαθεί να χαλαρώσει τον Χανακ με την τοποθέτηση του χεριού του στον ώμο του]:** Μην ανησυχείς, έχω τη λύση.

**ΧΑΝΑΚ [Κοιτάζοντας πολύ μπερδεμένος]:** Αυτή είναι η μόνη καμήλα που έχουμε! Πώς θα συνεχίσουμε το ταξίδι μας χωρίς αυτή; Με τα πόδια; Ποτέ δεν θα καταφέρουμε να φτάσουμε!

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Παρακαλώ, εμπιστεύσου με, φίλε μου!

**ΧΑΝΑΚ [Κοιτάζοντας πολύ μπερδεμένος]:** Εντάξει, κέρδισες Πάρε την! Ελπίζω να ξέρεις τι κάνεις!

**[Μπέρεμιζ στρέφεται προς τα τρία αδέρφια]**

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Κύριοι, δέχεστε την ταπεινή μου πρόταση;

**ΝΕΑΡΟΤΕΡΟΣ, ΜΕΣΑΙΟΣ ΚΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Την ίδια στιγμή]:** Φυσικά, την αποδεχόμαστε.

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Τώρα, υπάρχουν συνολικά 36 καμήλες.

**[Ο μεγαλύτερος αδερφός προχωράει προς τον Μπέρεμιζ]**

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Όπως ήθελε ο πατέρας σου, ως μεγαλύτερος των τριών, θα έπρεπε να κληρονομήσεις τις μισές από τις 35 καμήλες που ήταν 17,5. Με συνολικά 36 καμήλες, τώρα θα κληρονομήσεις 18 καμήλες!

**[Ο μεγαλύτερος αδερφός κάνει βήματα προς τα πίσω, και δείχνει ενθουσιασμένος, και ο μεσαιός αδερφός προχωρά προς τον Μπέρεμιζ]**

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Όπως το επιθυμούσε ο πατέρας σου, ως ο μεσαίος αδερφός υποτίθεται ότι θα κληρονομήσεις το ένα τρίτο των 35 καμήλων, που ήταν 11,6! Με συνολικά 36 καμήλες, τώρα θα κληρονομήσεις 12 καμήλες!

**[ΜΕΣΑΙΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ κάνει βήματα προς τα πίσω, και δείχνει ενθουσιασμένος, και ο μικρός αδερφός προχωρά προς τον Μπέρεμιζ]**

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Όπως το επιθυμούσε ο πατέρας σου, ως ο νεαρότερος των τριών, έπρεπε να κληρονομήσεις το ένα ένατο από τις 35 καμήλες, που ήταν 3,8! Με συνολικά 36 καμήλες, τώρα θα κληρονομήσεις 4 καμήλες!

**[Ο νεότερος αδερφός πηγαίνει πίσω και ενώνεται με τα δύο άλλα αδέρφια; Ο Μπέρεμιζ στρέφεται προς τα τρία αδέρφια]**

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Συγχαρητήρια, είστε όλοι κερδισμένοι με αυτή τη διαίρεση!

**[Ο Χάνακ στρέφεται προς τον Μπέρεμιζ]**

**ΧΑΝΑΚ:** Όντως είναι κερδισμένοι. Όσο για εμάς, είμαστε τώρα με τα πόδια!

**[Μπέρεμιζ στρέφεται προς τα τρία αδέρφια]**

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Ας ανακεφαλαιώσουμε. Ο μεγαλύτερος αδερφός έχει λάβει 18 καμήλες, ο μεσαίος 12, και ο νεαρότερος 4 ...

**[Οι τρεις αδερφοί, ενώ αγκαλιάζουν ο ένας τον άλλο, διακόπτουν τον Μπέρεμιζ ενώ παράλληλα χαμογελούν]**

**ΝΕΟΤΕΡΟΣ, ΜΕΣΑΙΟΣ ΚΑΙ ΜΕΓΑΛΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Ταυτόχρονα]:** Ναι, ακριβώς!

**ΜΠΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** ... που ανέρχεται σε 34 καμήλες.

## ΝΕΟΤΕΡΟΣ, ΜΕΣΑΙΟΣ ΚΑΙ ΜΕΓΑΛΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ [Ταυτόχρονα]:Τι;

**ΜΠΡΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Ναι,  $18 + 12 + 4 = 34$

[Οι τρεις αδελφοί μοιάζουν μπερδεμένοι. Ξύνουν το κεφάλι τους και μοιάζουν συνοφρυωμένοι]

**ΜΠΡΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Από τις 34 καμήλες, έχουν μείνει 2. Όπως γνωρίζετε, μία από αυτές ανήκε στον αγαπητό μου φίλο Χάνακ. Όσο για το άλλο θέμα, επειδή σας έχω λύσει το πρόβλημά σας, πιστεύω ότι το δικαιούμαι.

**ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΑΔΕΡΦΟΣ:** Εντάξει! Είστε πολύ ευφυής! Έχετε πράγματι λύσει το πρόβλημά μας, έτσι μπορείτε να την κρατήσετε!

[Οι τρεις αδελφοί στρέφονται προς τον Μπρέρεμιζ και τον Χάνακ, δείχνουν ευγνωμοσύνη, αποχαιρετούν και αφήνουν τη σκηνή.]

**ΧΑΝΑΚ:** Ποιος θα μπορούσε να μαντέψει ;!

**ΜΠΡΕΡΕΜΙΖ ΣΑΜΙΡ:** Φίλε μου, μπορείς να καθίσεις άνετα στην καμήλα σου γιατί τώρα έχω και εγώ τη δική μου!

**ΧΑΝΑΚ:** Ας συνεχίσουμε το ταξίδι μας!