

ΜΕΡΟΣ V: ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15



ΕΡΓΑΛΕΙΟ 55: Ο ΘΕΙΟΣ ΠΕΤΡΟΣ ΚΑΙ Η ΕΙΚΑΣΙΑ ΤΟΥ ΓΚΟΛΝΤΜΠΑΧ

C.I.P. Citizens in Power



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ

Ηλικιακό Εύρος: 13-15 ετών

Διάρκεια: 1.5 ώρα

Μαθηματικές Έννοιες: Θεωρία των αριθμών/ Ζυγοί αριθμοί/ Πρώτοι αριθμοί

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Μυθιστόρημα

Γενικοί Σκοποί: Αυτό το εργαλείο προσπαθεί να εμπνεύσει τους μαθητές. Εάν μέσω αυτού του εργαλείου ενδιαφερθούν να διαβάσουν το βιβλίο, θα δουν μέσα από τα μάτια ενός νεαρού μαθητή, το πρότυπό του, έναν σπουδαίο μαθηματικό.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Είναι προτιμότερο να ακολουθείτε τη δομή αυτού του εργαλείου καθώς ξεκινά με μερικές απλές πληροφορίες σχετικά με τη σύνδεση γραμματισμού και μαθηματικών γενικότερα, ενώ παρέχει περισσότερες λεπτομέρειες και τα οφέλη της σύνδεσης. Δίνεται μια βιογραφία του συγγραφέα και μια επισκόπηση του βιβλίου προτού φτάσετε στα αποσπάσματα του βιβλίου. Στη συνέχεια δίνεται ένα απλό παράδειγμα βασισμένο στην υπόθεση του βιβλίου. Έπειτα ακολουθεί η ενότητα «Ας δοκιμάσουμε» όπου οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν την πυραμίδα και τις πιο απαιτητικές μαθηματικές εργασίες.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει εικόνες και ιστότοπους ως πηγές καθώς και ένα γλωσσάρι.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Προσπαθήστε να ενθαρρύνετε τους μαθητές να διαβάσουν ολόκληρο το βιβλίο και να επιστρέψουν σε εσάς με περισσότερες πληροφορίες. Επίσης ενθαρρύνετε τη συζήτηση ή ακόμα και μια παρουσίαση. Οι μαθητές θα πρέπει να είναι εξοικειωμένοι με τους πρώτους αριθμούς προτού αναλάβουν οποιαδήποτε από τις εργασίες που παρουσιάζονται και προκειμένου να κατανοήσουν τη λογική πίσω από την εικασία του Γκόλντμπαχ.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα μπορεί:

- να γνωρίζει τι σημαίνει η εικασία του Γκόλντμπαχ
- να λύνει ασκήσεις με πρώτους αριθμούς.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

Σύμφωνα με τον Cohen (2013) «Η μελέτη των μαθηματικών που σχετίζονται με τη μυθοπλασία και την ποίηση βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν μια εκτίμηση και για τα δύο, μαθηματικά και λογοτεχνία και να κατανοήσουν τη σύνδεση μεταξύ τους». Υπάρχουν πολλές μελέτες που προέρχονται από ερευνητές όπως οι Gowney (2008, 2009), Bahls (2009), Glaz και Liang (2009), Glaz (2010, 2011) και Ivy (2004, 2009) εξηγώντας πώς η λογοτεχνία μπορεί να συνδεθεί με τα μαθηματικά στα πλαίσια της εκπαίδευσης. Γενικά, η σύνδεση των μαθηματικών με τις τέχνες, όπως ο κινηματογράφος, το θέατρο και οι γλώσσες, θεωρήθηκε ως μια χρήσιμη στρατηγική για τη διδασκαλία των μαθηματικών για διάφορους λόγους. Έρευνες έχουν αποδείξει ότι η προσφορά ενός περιβάλλοντος που θεωρείται λιγότερο αγχωτικό και πιο ασφαλές ψυχολογικά αυξάνει την έμπνευση και κατ' επέκταση τα καλά αποτελέσματα των μαθητών (Jensen, 1998). Όταν οι μαθητές ανησυχούν, τα επιτεύγματα τους μειώνονται επειδή κυριεύονται από ένα αγχώδες και ανησυχητικό συναίσθημα, αποσπώντας τους από τα πραγματικά μαθηματικά έργα και την ουσία (Covington 1999). Αυτοί οι μαθητές που ανησυχούν, χάνουν πολλές από τις πληροφορίες που θα μπορούσαν να μάθουν, επειδή η εστίασή τους κυριεύεται από το φόβο τους προς τα μαθηματικά, αντί του έργου που πρέπει να υλοποιηθεί (Siegel 1999). Η αποτελεσματική χρήση της λογοτεχνίας που σχετίζεται με τα μαθηματικά μπορεί να συμβάλει στη μείωση του άγχους που αισθάνονται οι «μαθηματικοφοβικοί» (Zambo, 2005).

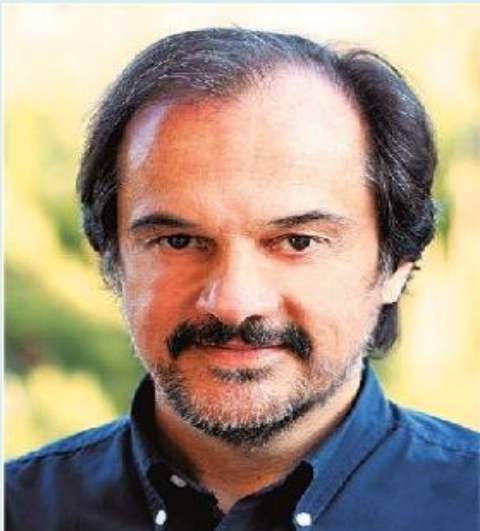
Υπάρχουν πολλά λογοτεχνικά βιβλία σε διάφορες γλώσσες που σχετίζονται με τα μαθηματικά. Δίνοντας ένα δειγματικό αυτών, είναι «The Devotion of suspect X» από τον Keigo Higashino (1958), «Ο πόλεμος των μαθηματικών» του Jason Socrates Bardi (2006), «Logicomix» (σύνθεση των λέξεων logic, λογική, και comics) του Απόστολου Δοξιάδη (2009), «Μαθηματικά Μυστήρια: Η Ομορφιά και η Μαγεία των Αριθμών» από τον Calvin Clawson (1999), «Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή» της Γυόκο Ογκάουα/ Yoko Ogawa (2009), ένα λαμπρό ιαπωνικό μυθιστόρημα

μεταφρασμένο και στα Αγγλικά και τα Ελληνικά και τέλος αυτό που επιλέχθηκε για αυτό το εργαλείο, που είναι «Ο Θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ».

Το μυθιστόρημα «Ο Θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ» του Απόστολου Δοξιάδη (1992) Ελληνική έκδοση, Αγγλική έκδοση (2000), δίνει μαθηματικά προβλήματα και κάποια πρόσφατη ιστορία των μαθηματικών. Είναι μια ιστορία για έναν σπουδαίο μαθηματικό που όμως δεν σκοπεύει να διδάξει τα μαθηματικά καθαυτά. Δεν είναι ένα εξαιρετικό δείγμα λογοτεχνίας, όπως συμβαίνει με τα περισσότερα μυθιστορήματα. Παρόλα αυτά, έχει δράμα και αγωνία. Θα είναι υπέροχο για τους μαθητές σε αυτό το συγκεκριμένο ηλικιακό εύρος να διαβάσουν αυτό το βιβλίο. Αυτό μπορεί να τους εμπνεύσει λόγω της μεγάλης προσωπικότητας του Πέτρου ως μαθηματικού και του παραδείγματος που διαμόρφωσε και του αντίκτυπου που είχε στον ανιψιό του. Δεν είναι ο κύριος σκοπός για τους μαθητές να μάθουν μαθηματικές έννοιες μέσω αυτού του βιβλίου ούτε να εμβαθύνουν τις γνώσεις τους σχετικά με τους πρώτους αριθμούς.

Βιογραφία του συγγραφέα

Ο Δοξιάδης γεννήθηκε στην Αυστραλία, όπου δούλεψε ο πατέρας του, ο αρχιτέκτονας Κωνσταντίνος Αποστόλου Δοξιάδης. Λίγο μετά τη γέννησή του, η οικογένεια επέστρεψε στην Αθήνα, όπου μεγάλωσε ο Δοξιάδης. Αν και τα πρώτα του ενδιαφέροντα ήταν η ποίηση, η μυθοπλασία και το θέατρο, ένα έντονο ενδιαφέρον για τα μαθηματικά οδήγησε τον Δοξιάδη να εγκαταλείψει το σχολείο σε ηλικία δεκαπέντε, να σπουδάσει στο Πανεπιστήμιο της Κολούμπια στη Νέα Υόρκη, από το οποίο απέκτησε πτυχίο στα Μαθηματικά τον Μάιο του 1972. Στη συνέχεια σπούδασε στο École Pratique des Hautes Études στο Παρίσι από το οποίο πήρε μεταπτυχιακό τίτλο, με μια διατριβή για τη μαθηματική μοντελοποίηση του νευρικού συστήματος. Ο θάνατος του πατέρα του και οι



Εικόνα 1: Ανακτήθηκε από: <https://www.google.com/search?q=%CE%B1%CF%80%CF%8C%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%B%CE%BF%CF%82+%CE%B4%CE%BF%CE%BE%CE%B9%CE%AC%CE%B4%CE%B7%CF%82&sxsrf=ALeKk03xjw7OzJBUw-O1S5Y6I6PTWnIUzA:1588591134851&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjU0aSSi5r>

οικογενειακοί λόγοι τον ανάγκασαν να επιστρέψει στην Ελλάδα το 1975, διακόπτοντας τις μεταπτυχιακές του σπουδές. Στην Ελλάδα, αν και ασχολήθηκε για μερικά χρόνια με τη βιομηχανία λογισμικού, ο Δοξιάδης επέστρεψε στην παιδική και εφηβική του αγάπη για το θέατρο και τον κινηματογράφο, προτού γίνει συγγραφέας πλήρους απασχόλησης.

Ο θεός Πέτρος και η εικασία Γκόλντμπαχ ήταν το πρώτο βιβλίο που κέρδισε το Premio Peano του πρώτου διεθνούς βραβείου για βιβλία εμπνευσμένα από τα μαθηματικά και ήταν υποψήφιο για το Prix Médicis.

Το έργο του Logicomix έχει κερδίσει πολλά βραβεία, μεταξύ των οποίων το Βραβείο Bertrand Russell Society, το Βραβείο Royal Booksellers Association (Κάτω Χώρες),

το New Atlantic Booksellers Award (USA), το Prix Tangente (Γαλλία), το Premio Carlo Boscarato (Ιταλία), το Comicdom Βραβείο (Ελλάδα). Επιλέχθηκε ως «Βιβλίο της Χρονιάς» από τα περιοδικά TIME, Publishers Weekly, The Washington Post, The Financial Times, The Globe and Mail και άλλες εκδόσεις.

Αρχική πηγή από: https://en.wikipedia.org/wiki/Apostolos_Doxiadis

Σύνοψη του βιβλίου «Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ»

Το βιβλίο προσφέρει αγωνία και δράμα μέσα από τα μάτια ενός παιδιού του οποίου ο θείος είναι ένας ταλαντούχος Έλληνας μαθηματικός που ονομάζεται Πέτρος Παπαχρήστος, ο οποίος αφιέρωσε τη ζωή του στην απόδειξη της εικασίας του Γκόλντμπαχ. Ο θείος Πέτρος είναι φανταστικός χαρακτήρας, αλλά, αρκετοί μαθηματικοί στην πραγματική ζωή εμφανίζονται ως χαρακτήρες στο βιβλίο, συμπεριλαμβανομένων των Constantin Carathéodory, G. H. Hardy, J. E. Littlewood, Srinivasa Ramanujan και Kurt Gödel. Από τότε που ήταν νέος, ο θείος Πέτρος έχει εμμονή με την επίλυση της εικασίας του Γκόλντμπαχ και αφιερώνει τη ζωή του προς αυτή την κατεύθυνση.

«Αυτή η απλή αφοσίωση σε ένα άγριο όνειρο είναι αυτό που κάνει τον θείο Πέτρο μια ελκυστική και τραγική φιγούρα. Είναι επίσης αυτό που τον καθιστά μαθηματικό σύλλογο μαθηματικών της Αμερικής, τόμος 47, No.10, σελ.1275

Ο θείος Πέτρος είναι ένα καθαρό μυστήριο. Οι μεγάλοι της οικογένειας Παπαχρήστου τον θεωρούν «αποτυχημένο». Μέχρι τη στιγμή που ο αφηγητής-ανιψιός του ανακαλύπτει ότι ήταν κάποτε διάσημος μαθηματικός, τόσο μεγαλοφυής και τολμηρός ώστε να αφιερώσει τη ζωή του στην περίφημη «εικασία του Γκόλντμπαχ», ένα πρόβλημα που πολλές γενιές μαθηματικών προσπαθούν μάταια να λύσουν. Αυτή η ανακάλυψη θα οδηγήσει σε μια σειρά αντιδράσεων. Καθώς ο Πέτρος αφηγείται το έργο της ζωής του θείου του, δημιουργείται ένας δεσμός μεταξύ τους, βυθίζοντας τους στη μαθηματική εμμονή και θέτοντας σε κίνδυνο τη λογική τους.

Αποσπάσματα από το βιβλίο «Ο θεός Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ»

Αν και ο θεός Γέτρος παρέμεινε ανέκφραστος, παρατήρησα ένα μικρό τρέμουλο
στο χέρι του

"Γιος σου μίλησε για την εικασία του Γκόλντμπαχ;" ρώτησε αιγανά

"Ο πατέρας μου," είπα

"Και τι είπε, ακριβώς;"

"Ότι προσπάθησες να το αποδείξεις."

"Μόνο αυτά"

"Και ότι δεν τα κατάφερες."

Το χέρι του ήταν και πάλι σταθερά. "Τίποτα άλλα"

"Τίποτα άλλα"

«Χμ», είπε. "Ας υποθέσουμε ότι κάνουμε μια συμφωνία"

"Τι είδους συμφωνία"

Αρχική πηγή από: <https://www.maa.org/press/maa-reviews/uncle-petros-and-Γκόλντμπαχs-conjecture>

Γλωσσάρι

Η εικασία του Γκόλντμπαχ είναι ένα από τα παλαιότερα και πιο γνωστά άλυτα προβλήματα στη θεωρία αριθμών και σε όλα τα μαθηματικά. Εκφράζεται ως εξής: Κάθε άρτιος θετικός ακέραιος μεγαλύτερος του 2 μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο πρώτων αριθμών.

Η εικασία έχει επαληθευτεί για όλους τους αριθμούς μέχρι το 4×10^{18} , χωρίς καμιά εξαίρεση.

Δυαδικό: αριθμητικό σύστημα που χρησιμοποιεί το 2 ως βάση.

Ανακτήθηκε από: https://en.wikipedia.org/wiki/Γκόλντμπαχ%27s_conjecture

Τα μαθηματικά πίσω από την εικασία του Γκόλντμπαχ

Ζυγός αριθμός: οποιοσδήποτε ακέραιος αριθμός που μπορεί να διαιρεθεί ακριβώς με το 2.

Παράδειγμα: 2, 4, 6, 8

Πρώτος αριθμός: ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος από 1 που μπορεί να διαιρεθεί μόνο με το 1 και τον εαυτό του.

Παράδειγμα: 2, 3, 5, 7, 11

Η εικασία του Γκόλντμπαχ δεν έχει ακόμη αποδειχθεί. Η εικασία εκφράζεται ως: κάθε άρτιος θετικός ακέραιος μεγαλύτερος του 2 μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο πρώτων αριθμών. Η εικασία έχει δοκιμαστεί έως το 4,000,000,000,000,000,000.

Σημειώστε ότι, πολλοί ζυγοί αριθμοί μπορούν να γραφτούν με ένα ή περισσότερους τρόπους ως άθροισμα δύο πρώτων αριθμών.

Για παράδειγμα:

$$4 = 2 + 2$$

$$6 = 3 + 3$$

$$8 = 3 + 5$$

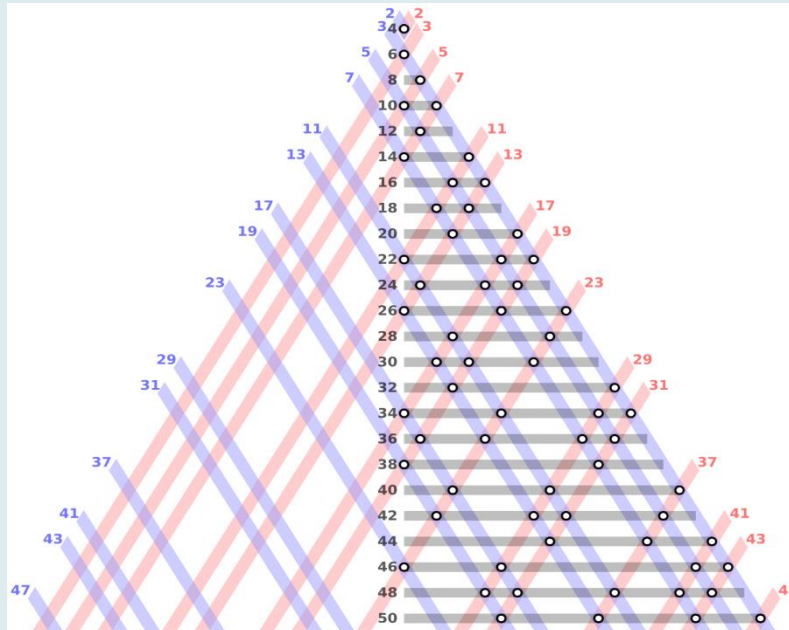
$$10 = 3 + 7 = 5 + 5$$

$$12 = 5 + 7$$

$$14 = 3 + 11 = 7 + 7$$

...

Η εικασία του Γκόλντμπαχ είναι ένα από τα παλαιότερα άλυτα προβλήματα στη θεωρία αριθμών και σε όλα τα μαθηματικά.



Εικόνα 2: Η εικασία του Γκόλντμπαχ. Τα άκρα αντιπροσωπεύουν τη συνάντηση των πρώτων αριθμών στο αντίστοιχο άθροισμα τους
(Ανακτήθηκε από: <https://towardsdatascience.com/prime-numbers-and-goldbach-s-conjecture-visualization-60d1993a1424>)

Προέλευση

Το 1742, ο Πρώσος μαθηματικός Κρίστιαν Γκόλντμπαχ έγραψε μια επιστολή στον Leonhard Euler στην οποία πρότεινε την ακόλουθη υπόθεση:

Κάθε ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος από 2 μπορεί να γραφτεί ως το άθροισμα τριών πρώτων.

Θεωρούσε ότι ο αριθμός 1 είναι πρώτος, μια υπόθεση που εγκατέλειψε αργότερα.

Μια σύγχρονη διατύπωση της αρχικής εικασίας του Γκόλντμπαχ είναι η εξής :

«Κάθε ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος από το 5 μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα τριών πρώτων».

Ο Όιλερ ενδιαφέρθηκε για το πρόβλημα και του απάντησε με την παρατήρηση ότι η εικασία προκύπτει από την επομένη πρόταση:

«Κάθε άρτιος ακέραιος μεγαλύτερος του 2 μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δυο πρώτων ακεραίων», προσθέτοντας ότι το δέχεται ως ένα πλήρως ορισμένο θεώρημα («ein ganz gewisses Theorema»), παρά το γεγονός ότι δεν είναι σε θέση να το αποδείξει.

Αυτή η προγενέστερη εικασία είναι σήμερα γνωστή ως «τριαδική» εικασία του Γκόλντμπαχ, ενώ η μεταγενέστερη ως «ισχυρή» ή «δυαδική» εικασία του Γκόλντμπαχ. Η εικασία ότι όλοι οι περιττοί αριθμοί μεγαλύτεροι του 7 μπορούν να γραφτούν ως άθροισμα τριών περιττών πρώτων αριθμών καλείται ως η «αδύναμη» εικασία του Γκόλντμπαχ. Και οι δύο παραμένουν άλυτες μέχρι σήμερα, αν και η αδύναμη μορφή της εικασίας είναι πολύ πιο κοντά στην επίλυση από την ισχυρή.

Η πλειοψηφία των μαθηματικών πιστεύει ότι η εικασία (τόσο για τις αδύναμες όσο και για τις ισχυρές μορφές) είναι σωστή, τουλάχιστον για αρκετά μεγάλους ακέραιους αριθμούς, κυρίως με βάση στατιστικά στοιχεία που εστιάζουν στην κατανομή πιθανότητας πρώτων αριθμών: όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός, τόσο περισσότεροι τρόποι υπάρχουν για την αναπαράσταση του συγκεκριμένου αριθμού ως το άθροισμα δύο ή τριών άλλων αριθμών, και όσο πιο πολύ υπάρχουν πιθανοί τρόποι αυτό σημαίνει ότι τουλάχιστον μία από αυτές τις αναπαραστάσεις αποτελείται εξ ολοκλήρου από πρώτους αριθμούς.

Ανακτήθηκε από: https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Γκόλντμπαχ_Conjecture



Ας δοκιμάσουμε!

Βρείτε τους δύο πρώτους αριθμούς που το άθροισμα τους είναι ο επόμενος ζυγός ακέραιος αριθμός.

1) $46 =$

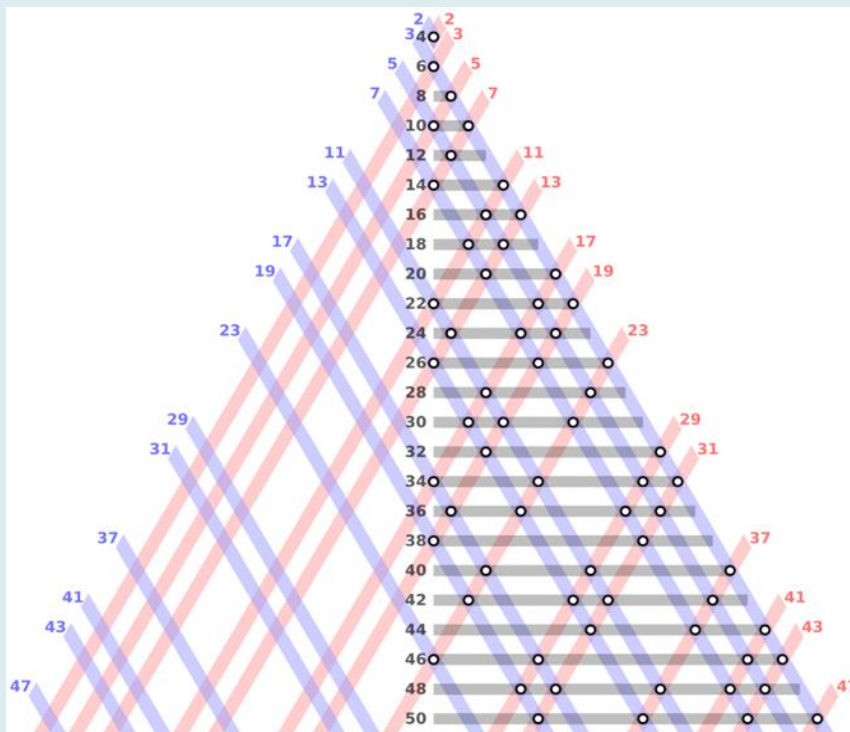
2) $38 =$

3) $14 =$

4) $22 =$

5) $40 =$

(Βοήθημα: μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την πιο κάτω πυραμίδα)



Περιγραφή: Οι αριθμοί στη μέση της πυραμίδας αντιπροσωπεύουν ζυγούς αριθμούς από το 2 - 50. Ακολουθώντας την γκριζα γραμμή στην δεξιά πλευρά της πυραμίδας σας βοηθά στο να βρείτε τους δύο πρώτους αριθμούς (μοβ και κόκκινο) που το άθροισμα τους είναι ο ζυγός αριθμός.

ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Οι πιο κάτω ζυγοί ακέραιοι αριθμοί είναι σπασμένοι σε δύο αριθμούς. **Είναι οι δύο αριθμοί πρώτοι; Βάλε στο ανάλογο κουτί √. Αν η απάντηση είναι ΌΧΙ, συμπληρώστε τη σωστή απάντηση.**

1) $52 = 23 + 29$

ΝΑΙ ☐ ΟΧΙ ☐ Σωστή Απάντηση:

2) $76 = 9 + 67$

ΝΑΙ ☐ ΟΧΙ ☐ Σωστή Απάντηση:

3) $80 = 59 + 21$

ΝΑΙ ☐ ΟΧΙ ☐ Σωστή Απάντηση:

4) $120 = 73 + 47$

ΝΑΙ ☐ ΟΧΙ ☐ Σωστή Απάντηση:

5) $64 = 19 + 45$

ΝΑΙ ☐ ΟΧΙ ☐ Σωστή Απάντηση:

6) $92 = 89 + 3$

ΝΑΙ ☐ ΟΧΙ ☐ Σωστή Απάντηση:

13

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

Οι πιο κάτω ζυγοί ακέραιοι αριθμοί είναι σπασμένοι σε δύο αριθμούς. **Δώστε μια διαφορετική απάντηση από αυτή που δίνεται.**

1) $90 = 31 + 59 =$

2) $56 = 3 + 53 =$

3) $88 = 71 + 17 =$

4) $202 = 11 + 191 =$

5) $62 = 19 + 43 =$

6) $94 = 11 + 83 =$

$$7) 110 = 3 + 107 =$$

ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Κριτική βιβλίου από Αμερικάνικη Μαθηματική Εταιρεία (Mathematical Association of America)

<https://www.ams.org/notices/200010/rev-jackson.pdf>

Εξήγηση της εικασίας του Γκόλντμπαχ:

https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Γκόλντμπαχ_Conjecture